$$f(M)=E \Leftrightarrow z'=-4-3i \Leftrightarrow z'+4=-3i \Leftrightarrow \begin{cases} |z'+4|=3 \\ Arg(z'+4)\equiv -\frac{\pi}{2}(2\pi) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} |z-2|^2=3 \\ 2Arg(z-2)\equiv -\frac{\pi}{2}(2\pi) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} |z-2|=\sqrt{3} \\ Arg(z-2)\equiv -\frac{\pi}{4}(\pi) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow z-2=\sqrt{3}e^{-i\frac{\pi}{4}} \text{ ou } z-2=\sqrt{3}e^{i\frac{\pi}{4}} \quad \Leftrightarrow \quad z=2+\sqrt{3}e^{-i\frac{\pi}{4}} \text{ ou } z=2+\sqrt{3}e^{3i\frac{\pi}{4}}$$

L'image des points C et D d'affixe $2+\sqrt{3}e^{-i\frac{\pi}{4}}$ et $2+\sqrt{3}e^{3i\frac{\pi}{4}}$ par f est le point E.

$$z_C=2+\sqrt{3}e^{-i\frac{\pi}{4}}=2+\sqrt{3}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}-i\frac{\sqrt{2}}{2}\right)=2+\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}-i\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$$

$$z_D=2+\sqrt{3}e^{3i\frac{\pi}{4}}=2+\sqrt{3}\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}+i\frac{\sqrt{2}}{2}\right)=2-\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}+i\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$$

EX 26 :

$$z_A=2i;\ z_B=-1;\ z_C=i \qquad f: M(z)\to M'(z') \qquad tq \quad z'=\frac{z+1}{z-2i}\ ,\ z\neq 2i$$

1)a)

$$z_{C'}=\frac{z_C+1}{z_C-2i}=\frac{i+1}{i-2i}=\frac{1+i}{-i}=-1+i \quad , \quad \boxed{z_{C'}=-1+i}$$

$$\left.\begin{array}{l} \bullet\ aff\left(\overrightarrow{CA}\right)=z_A-z_C=i \\ aff\left(\overrightarrow{BC'}\right)=z_{C'}-z_B=i \end{array}\right\} \Rightarrow \overrightarrow{CA}=\overrightarrow{BC'} \Rightarrow ACBC' \text{ est un parallelogramme}$$

b) $f(C'')=C \Leftrightarrow \frac{z_{C''}+1}{z_{C''}-2i}=i \Leftrightarrow z_{C''}+1=iz_{C''}+2 \Leftrightarrow z_{C''}=\frac{1}{1-i}=\frac{1+i}{2}$

$$\bullet\ \frac{aff\left(\overrightarrow{CC''}\right)}{aff\left(\overrightarrow{CB}\right)}=\frac{\frac{1+i}{2}-i}{-1-i}=\frac{i-\frac{1+i}{2}}{1+i}=\frac{-1+i}{2(1+i)}=\frac{(-1+i)(1-i)}{2(1+i)(1-i)}=\frac{2i}{4}=\frac{1}{2}i$$

$\frac{aff\left(\overrightarrow{CC''}\right)}{aff\left(\overrightarrow{CB}\right)}$ est imaginaire d'où $\overrightarrow{CB}\perp\overrightarrow{CC''}$ Par suite le triangle BCC'' est rectangle en C.

Qarray.tn -Aqra Blech- Qarray.tn